66. Pàgina 166

a) $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^+}(2x+1)=1\\ \lim\limits_{x\to 0^-}e^{ax}=1\end{array}\right\}\to \lim\limits_{x\to 0}f(x)=1$

$f(0)=e^{a\cdot 0}=1$

$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)\to f(x)$ és contínua en $x=0$.

b) $f'(x)=\begin{cases}ae^{ax} & x<0\\ 2 & x>0\end{cases}$

Perquè la funció sigui derivable en $x=0$, les derivades laterals han de ser iguals:

$\left.\begin{array}{l}f'(0^-)=a\\ f'(0^+)=2\end{array}\right\}\to a=2$

67. Pàgina 166

a) Perquè la funció sigui contínua en $x=2$, els límits laterals han de ser iguals i han de coincidir amb $f(2)=3$.

$\left.\begin{array}{l}f(2^-)=\lim\limits_{x\to 2^-}(ax^2+1)=4a+1\\ f(2^+)=\lim\limits_{x\to 2^+}(e^{2-x}+2)=3\end{array}\right\}\to f(2^-)=f(2^+)=f(2)\to 4a+1=3\to a=\frac{1}{2}$

b) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2+1 & x<2\\ e^{2-x}+2 & x\geq 2\end{cases}\to f'(x)=\begin{cases}x & x<2\\ -e^{2-x} & x>2\end{cases}$

$\left.\begin{array}{l}f'(2^-)=2\\ f'(2^+)=-1\end{array}\right\}\to$ Les derivades laterals no són iguals, per tant $f(x)$ no és derivable en $x=2$.

68. Pàgina 165

$f(x)=\begin{cases}\ln(e+\sin x) & \text{si } x<0\\ x^3+ax+b & \text{si } x\geq 0\end{cases}$

Perquè la funció sigui derivable en $x=0$ ha de ser contínua en aquest punt:

$\left.\begin{array}{l}f(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}\ln(e+\sin x)=1\\ f(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^3+ax+b)=b\end{array}\right\}\to f(0^-)=f(0^+)=f(0)\to b=1$

Perquè la funció sigui derivable en $x=0$, les derivades laterals han d'existir i han de ser iguals:

$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{e+\sin x} & \text{si } x<0\\ 3x^2+a & \text{si } x>0\end{cases}\to\left.\begin{array}{l}f(0^-)=\dfrac{1}{e}\\ f(0^+)=a\end{array}\right\}\to a=\dfrac{1}{e}$

69. Pàgina 166

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{si} \quad x<0 \\ a^2-\sin x & \text{si} \quad x\geq 0 \end{cases}$$

- Si $x<0$: $f(x)=ax^2+bx+1 \rightarrow$ Funció polinòmica contínua i derivable en $(-\infty, 0)$
- Si $x>0$: $f(x)=a^2-\sin x \rightarrow$ Funció trigonomètrica contínua i derivable en $(0, +\infty)$
- Si $x=0$:

$$\left.\begin{array}{l} f(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}(ax^2+bx+1)=1 \\ f(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}(a^2-\sin x)=a^2 \end{array}\right\} \rightarrow f(0^-)=f(0^+)=f(0)=1 \rightarrow a^2=1 \rightarrow a=\pm 1$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2ax+b & \text{si} \quad x<0 \\ -\cos x & \text{si} \quad x>0 \end{cases} \rightarrow \left.\begin{array}{l} f'(0^-)=b \\ f'(0^+)=-\cos 0=-1 \end{array}\right\} \rightarrow b=-1$$

70. Pàgina 166

a) • Si $x<\pi$: $f(x)=e^{a(x-\pi)} \rightarrow$ Funció exponencial contínua i derivable en $(-\infty, \pi)$

- Si $x>\pi$: $f(x)=2a+b\cdot\sin(x-\pi) \rightarrow$ Funció trigonomètrica contínua i derivable en $(\pi, +\infty)$
- Si $x=\pi$:

$$\left.\begin{array}{l} f(\pi^-)=\lim\limits_{x\to\pi^-} e^{a(x-\pi)}=1 \\ f(\pi^+)=\lim\limits_{x\to\pi^+}(2a+b\cdot\sin(x-\pi))=2a \end{array}\right\} \rightarrow 2a=1 \rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$f'(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{\left(\frac{x-\pi}{2}\right)} & \text{si } x<\pi \\ b\cdot\cos(x-\pi) & \text{si } x>\pi \end{cases} \rightarrow \left.\begin{array}{l} f'(\pi^-)=\frac{1}{2} \\ f'(\pi^+)=b\cdot\cos 0=b \end{array}\right\} \rightarrow b=\frac{1}{2}$$

b) • Si $x<-1$: $f(x)=(x+b)^2 \rightarrow$ Funció polinòmica contínua i derivable en $(-\infty, -1)$

- Si $x>-1$: $f(x)=\dfrac{ax}{\sqrt{x+2}} \rightarrow$ Funció radical contínua i derivable en $(-1, +\infty)$
- Si $x=-1$:

$$\left.\begin{array}{l} f(-1^-)=\lim\limits_{x\to -1^-}(x+b)^2=1-2b+b^2 \\ f(-1^+)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{ax}{\sqrt{x+2}}=-a \end{array}\right\} \rightarrow -a=1-2b+b^2$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x+2b & \text{si } x<-1 \\ \dfrac{a(x+4)}{2(x+2)^{\frac{3}{2}}} & \text{si } x>-1 \end{cases} \rightarrow \left.\begin{array}{l} f'(-1^-)=-2+2b \\ f'(-1^+)=\dfrac{3a}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{3a}{2}=-2+2b$$

Resolem el sistema:

$$\begin{cases} -a=1-2b+b^2 \\ 3a=-4+4b \end{cases} \rightarrow a=-\frac{16}{9} \text{ i } b=-\frac{1}{3} \text{ o bé } a=0 \text{ i } b=1$$

71. Pàgina 166

a) $f(x)=\begin{cases} 2e^x+x+a & \text{si} \quad x\le 0 \\ x^2+b(x+1) & \text{si} \quad 0<x\le 2 \\ x^4-3a & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$

Totes les branques són contínues i derivables en el domini en el qual s'han definit.

- Si $x=0$:

$$\left.\begin{array}{l} f(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}(2e^x+x+a)=2+a \\ f(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+b(x+1))=b \end{array}\right\}\to 2+a=b$$

- Si $x=2$:

$$\left.\begin{array}{l} f(2^-)=\lim\limits_{x\to 2^-}(x^2+b\cdot(x+1))=4+3b \\ f(2^+)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^4-3a)=16-3a \end{array}\right\}\to 16-3a=4+3b$$

Resolem el sistema:

$$\begin{cases} 2+a=b \\ 16-3a=4+3b \end{cases}\to a=1, b=3$$

- Comprovem la derivabilitat: $f'(x)=\begin{cases} 2e^x+1 & \text{si } x<0 \\ 2x+3 & \text{si } 0<x<2 \\ 4x^3 & \text{si } x>2 \end{cases}\to \begin{array}{l} f'(0^-)=3 \\ f'(0^+)=3 \end{array}\Bigg\} \text{ i } \begin{array}{l} f'(2^-)=7 \\ f'(2^+)=32 \end{array}\Bigg\}$

Per tant, *f* és derivable en $x=0$, però no és derivable en $x=2$.

b) $f(x)=\begin{cases} -x^3+7x+c & \text{si} \quad x\le -2 \\ ax^2+3x+11 & \text{si} \quad -2<x\le \frac{3}{2} \\ 18\sqrt{2x+1}+b & \text{si} \quad x>\frac{3}{2} \end{cases}$

Totes les branques són contínues i derivables en el domini en el qual s'han definit.

- Si $x=-2$:

$$\left.\begin{array}{l} f(-2^-)=\lim\limits_{x\to -2^-}(-x^3+7x+c)=c-6 \\ f(-2^+)=\lim\limits_{x\to -2^+}(ax^2+3x+11)=4a+5 \end{array}\right\}\to 4a-c+11=0$$

$$f'(x)=\begin{cases} -3x^2+7 & \text{si } x<-2 \\ 2ax+3 & \text{si } -2<x<\frac{3}{2} \\ \dfrac{18}{\sqrt{2x+1}} & \text{si } x>\frac{3}{2} \end{cases}\to \left.\begin{array}{l} f'(-2^-)=-5 \\ f'(-2^+)=3-4a \end{array}\right\}\to -5=3-4a\to a=2$$

Així, $8+11=c\to c=19$

- Si $x=\frac{3}{2}$ (substituïm els valors de *a* i *c*):

$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{3}{2}^-\right)=\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}^-}(2x^2+3x+11)=20 \\ f\left(\frac{3}{2}^+\right)=\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}^+}(18\sqrt{2x+1}+b)=36+b \end{array}\right\}\to 20=36+b\to b=-16$$

• Comprovem que és derivable:

$$f'(x)=\begin{cases}-3x^2+7 & \text{si } x<-2\\ 4x+3 & \text{si } -2<x<\frac{3}{2}\\ \frac{18}{\sqrt{2x+1}} & \text{si } x>\frac{3}{2}\end{cases} \rightarrow \left.\begin{array}{l} f'\left(\frac{3}{2}^-\right)=9\\ f'\left(\frac{3}{2}^+\right)=9\end{array}\right\} \rightarrow \text{ És derivable en } x=\frac{3}{2}.$$

72. Pàgina 166

a) Cada branca és contínua i derivable en el domini en el qual s'ha definit. Ho comprovem en $x=0$:

$$\left.\begin{array}{l} f(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x^2+ax+ab)=ab\\ f(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}\log_2(x+2)=1\end{array}\right\} \rightarrow ab=1$$

$$f'(x)=\begin{cases}2x+a & \text{si } x<0\\ \frac{1}{(x+2)\cdot\ln 2}=\frac{1}{x\cdot\ln 2+\ln 4} & \text{si } x>0\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^-)=a\\ f'(0^+)=\frac{1}{\ln 4}\end{array}\right\} \rightarrow a=\frac{1}{\ln 4} \rightarrow b=\ln 4$$

73. Pàgina 166

Si $-1<x<1$, $f(x)=\frac{a}{x}$ $\rightarrow$ Funció racional, no contínua en $x=0$; per tant, no és derivable en $x=0$.

Així, no existeixen valors de a i b per als quals la funció sigui derivable en tots els punts.

74. Pàgina 166

• Si $x<0: f(x)=3x+2 \rightarrow$ Funció polinòmica contínua i derivable en $(-\infty,0)$

• Si $0<x<\pi: f(x)=x^2-2a\cos x \rightarrow$ Funció polinòmica i trigonomètrica contínua i derivable en $(0,\pi)$

• Si $x>\pi: f(x)=ax^2+b \rightarrow$ Funció polinòmica contínua i derivable en $(\pi,+\infty)$

• Perquè la funció sigui contínua en $x=0$, els límits laterals han de ser iguals i han de coincidir amb $f(0)=2a$:

$$\left.\begin{array}{l} f(0^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}(3x+2)=2\\ f(0^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+2a\cos x)=2a\end{array}\right\} \rightarrow f(0^-)=f(0^+)=f(0)=1 \rightarrow 2a=2\rightarrow a=1$$

Considerem que $a=1$; així, perquè la funció sigui contínua en $x=\pi$ els límits laterals han de ser iguals i han de coincidir amb $f(\pi)=\pi^2+b$:

$$\left.\begin{array}{l} f(\pi^-)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x^2+2\cos x)=\pi^2-2\\ f(\pi^+)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2+b)=\pi^2+b\end{array}\right\} \rightarrow f(\pi^-)=f(\pi^+)=f(\pi)\rightarrow \pi^2-2=\pi^2+b\rightarrow b=-2$$

Si $a = 1$ i $b = -2$, aleshores: $f'(x) = \begin{cases} 3 & x < 0 \\ 2x - 2sinx & 0 < x < \pi \\ 2x & x > \pi \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} f'(0^-) = 3 \\ f'(0^+) = 0 \end{array}\right\} \rightarrow$ Les derivades laterals no són iguals, per tant $f(x)$ no és derivable en $x = 0$.

$\left.\begin{array}{l} f'(\pi^-) = 2\pi \\ f'(\pi^+) = 2\pi \end{array}\right\} \rightarrow$ Les derivades laterals existeixen i són iguals, per tant $f(x)$ és derivable en $x = \pi$.

75. Pàgina 166

a) $f'(x) = 2$ $\quad f''(x) = 0$ $\quad f'''(x) = 0$

b) $g'(x) = 2x$ $\quad g''(x) = 2$ $\quad g'''(x) = 0$

c) $h'(x) = 3x^2$ $\quad h''(x) = 6x$ $\quad h'''(x) = 6$

d) $i'(x) = -\sin x$ $\quad i''(x) = -\cos x$ $\quad i'''(x) = \sin x$

e) $j'(x) = \cos x$ $\quad j''(x) = -\sin x$ $\quad j'''(x) = -\cos x$

f) $k'(x) = 1 + \text{tg}^2 x$ $\quad k''(x) = 2\text{tg}\, x \cdot (1 + \text{tg}^2 x)$ $\quad k'''(x) = 2(1 + \text{tg}^2 x)^2 + 2\,\text{tg}\, x \cdot 2\,\text{tg}\, x \cdot (1 + \text{tg}^2 x)$

76. Pàgina 166

La funció és contínua en el domini, és a dir, en $(0, +\infty)$.

$h'(x) = \dfrac{1}{x} \rightarrow h(x)$ és derivable en $(0, +\infty)$.

$h''(x) = -\dfrac{1}{x^2}$

77. Pàgina 166

a) $f(x)$ està definida per funcions polinòmiques; així doncs, són contínues i derivables en $\mathbb{R}$.

$\left.\begin{array}{l} f(1^-) = \lim\limits_{x \to 1^-} x^2 = 1 \\ f(1^+) = \lim\limits_{x \to 1^+} 2x = 2 \end{array}\right\} \rightarrow f(1^-) \neq f(1^+) \rightarrow f(x)$ no és contínua en $x = 1$, per tant no és derivable en $x = 1$.

$f'(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases} \qquad f''(x) = \begin{cases} 2 & x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$

Així, $f(x)$ és contínua i derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$.

b) $g(x)=\begin{cases}2x-2 & x\geq 2\\ 2 & x<2\end{cases}$

$g(x)$ està definida per funcions polinòmiques; així doncs, són contínues i derivables en $\mathbb{R}$.

$\left.\begin{array}{l} g(2^-)=\lim\limits_{x\to 2^-} 2=2 \\ g(2^+)=\lim\limits_{x\to 2^+}(2x-2)=2\end{array}\right\} \to g(2^-)=g(2^+)=g(2)\to$ $g(x)$ és contínua en $x=2$.

$g'(x)=\begin{cases}2 & x>2\\ 0 & x<2\end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} g'(2^-)=0 \\ g'(2^+)=2\end{array}\right\}\to$ Les derivades laterals existeixen, però són diferents; per tant, $g(x)$ no és derivable en $x=2$.

Així, $g(x)$ és contínua en $\mathbb{R}$ i derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$.

$g''(x)=0$ si $x\neq 2$

c) $h(x)$ està definida per funcions polinòmiques; així doncs, són contínues i derivables en $\mathbb{R}$.

$\left.\begin{array}{l} h(-1^-)=\lim\limits_{x\to 2^-}(3x+4)=1 \\ h(-1^+)=\lim\limits_{x\to 2^+}(-2x-1)=1\end{array}\right\} \to h(-1^-)=h(-1^+)=h(-1)\to$ $h(x)$ és contínua en $x=-1$.

$h'(x)=\begin{cases}3 & x<-1\\ -2 & x>-1\end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} h'(-1^-)=3 \\ h'(-1^+)=-2\end{array}\right\}\to$ Les derivades laterals existeixen, però són diferents; per tant, $h(x)$ no és derivable en $x=-1$.

Així, $h(x)$ és contínua en $\mathbb{R}$ i derivable en $\mathbb{R}-\{-1\}$.

$h''(x)=0$ si $x\neq 1$

78. Pàgina 166

a) $f'(x)=\dfrac{(1-x)-(1+x)(-1)}{(1-x)^2}=\dfrac{2}{(1-x)^2}$ $\quad f''(x)=-\dfrac{4}{(1-x)^3}$ $\quad f'''(x)=\dfrac{12}{(1-x)^4}$ $\quad f^{IV)}(x)=-\dfrac{48}{(1-x)^5}$

La derivada n-èsima és: $f^{n)}(x)=(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{2\cdot n!}{(1-x)^{n+1}}$

b) $g'(x)=2\sin x\cos x=\sin 2x$ $\quad g''(x)=2\cos 2x$ $\quad g'''(x)=-4\sin 2x$ $\quad g^{IV)}(x)=-8\cos 2x$

$g^{V)}(x)=16\sin 2x$

Així, podem calcular la derivada n-èsima segons les expressions:

$g^{n)}=\begin{cases} g^{2k-1)}(x)=(-1)^{k+1}2^{2k-2}\sin 2x \\ g^{2k)}(x)=(-1)^{k+1}2^{2k-1}\cos 2x\end{cases}$ per a $k=1, 2, 3...$

c) $h'(x)=x^{-1}$ $\quad h''(x)=-x^{-2}$ $\quad h'''(x)=2x^{-3}$ $\quad h^{IV)}(x)=-6x^{-4}$

La derivada n-èsima és: $h^{n)}(x)=(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!x^{-n}$

79. Pàgina 166

a) $y'=\frac{3}{2}\cdot\sqrt{x}$

b) $y'=\frac{6}{x^3}+1$

c) $y'=(3e)^{-x}(1-x(1+\ln 3))$

d) $y'=e^{-x}\left(x^2-x-1\right)$

e) $y'=\frac{-1}{(x+1)\sqrt{1-x^2}}$

f) $y'=\frac{-4x-9}{(x-3)^4}$

80. Pàgina 167

a) $y'=\frac{4x-9}{x(x-3)}$

b) $y'=\frac{x}{x^2-2}$

c) $y'=\frac{\ln x-1}{\ln^2 x}$

d) $y'=\frac{15x^2}{(5x^3-1)\cdot\ln 2}$

81. Pàgina 167

a) $y'=\frac{4}{\sin 4x}$

b) $y'=-6x\cdot tg\left(x^2-1\right)$

c) $\frac{20x}{(x^4-25)\cdot\ln 2}$

d) $y'=\frac{1}{2x-2x^2}$

e) $y'=\frac{1+\sin^2 x-2x\sin(2x)}{2x\cdot\ln 10\cdot(\sin^2 x+1)}$

82. Pàgina 167

a) $y'=-\frac{16x}{\left(x^2-4\right)^2}$

b) $y'=\frac{2x^2-2x+1}{(x-1)^2x^2}$

c) $y'=\frac{7}{2\sqrt{x}}+\frac{8}{3\sqrt[3]{x^2}}$

d) $y'=e^x(x+1)$

83. Pàgina 167

a) $y'=\frac{10x}{3\sqrt[3]{\left(5x^2\right)^2}}=\frac{10}{3\sqrt[3]{25x}}$

b) $y'=\frac{-1}{(x-3)^2}$

c) $y'=\frac{-x(x+2)}{(x+1)^2}$

d) $y'=-15x^2+2x\sin x+x^2\cos x$

e) $y'=\frac{1}{x\ln 2}+2^x\ln 2$

84. Pàgina 167

a) $y' = \dfrac{2xe^x - (x^2+1)e^x}{(e^x)^2} = \dfrac{-x^2+2x-1}{e^x}$

b) $y' = \dfrac{\ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \dfrac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

c) $y' = \dfrac{-\sqrt{x-1}}{(x-1)^2\sqrt{x+1}}$

d) $y' = \dfrac{2(x+2)(x+1)-(x+2)^2}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

e) $y' = \dfrac{-2x^3+4x}{e^{x^2}}$

f) $y' = \dfrac{-4x^3-3x^2-2}{2\sqrt{\dfrac{2x+1}{x^3-1}}(x^3-1)^2}$

85. Pàgina 167

a) $y' = 3^{x^2+4}\ln 3 \cdot 2x$

b) $y' = 15x^4(x^5-2)^2$

c) $y' = \dfrac{1}{3}(x^3-2x)^{-\frac{2}{3}} \cdot (3x^2-2) = \dfrac{3x^2-2}{3\sqrt[3]{(x^3-2x)^2}}$

d) $y' = -10xe^{-x^2}$

e) $y' = \dfrac{-5x-6}{2x^4\sqrt{x+1}}$

86. Pàgina 167

a) $y' = \dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$

b) $y' = 2xe^{x^2-7}$

c) $y' = 2\sin x \cdot \cos x$

d) $y' = 2^{\sin x} \cdot \ln 2 \cdot \cos x$

87. Pàgina 167

a) $y' = 12 \cdot \dfrac{1}{2}(3x^2+x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (6x+1) = \dfrac{36x+6}{\sqrt{3x^2+x}}$

b) $y' = \dfrac{\cos x^2 \cdot 2x}{\sin x^2} = 2x \operatorname{cotg} x^2$

c) $y' = (8x-5) \cdot 3^x + (4x^2-5x+1) \cdot 3^x \cdot \ln 3$

88. Pàgina 167

a) $y' = 4\operatorname{tg}(2x+3)(1+\operatorname{tg}^2(2x+3))$

b) $y' = \dfrac{3x^2}{1+(x^3+6)^2}$

c) $y' = \dfrac{1}{2}(\ln(3x-5))^{-\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{3}{3x-5} = \dfrac{3}{2(3x-5)\sqrt{\ln(3x-5)}}$

89. Pàgina 167

a) $y' = \frac{1}{4}(5x^3+1)^{-\frac{3}{4}} \cdot 15x^2 = \frac{15x^2}{4\sqrt[4]{(5x^3+1)^3}}$

b) $y' = 2\arcsin x + \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $y' = \frac{2}{3}(5x-2)^{-\frac{1}{3}} \cdot 5 = \frac{10}{3\sqrt[3]{5x-2}}$

90. Pàgina 167

a) $y' = -\frac{4x}{x^4+4}$

b) $y' = \frac{\cos x}{2\sin x}$

c) $y' = -4\left(\text{tg}^2(\cos(2x))+1\right) \cdot \sin(2x) \cdot \text{tg}(\cos(2x))$

d) $y' = -\frac{2x}{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{-4x^2+1}}$

91. Pàgina 167

a) $y' = -2e^{\cos 2x} \cdot \sin^2 2x + 2\cos 2x \cdot e^{\cos 2x}$

b) $y' = -10\left(\text{tg}^2(-5x+1)+1\right) \cdot \text{tg}(-5x+1)$

c) $y' = -6(2x-1)^2 \cdot \sin((2x-1)^3)$

d) $y' = -6\cos^2(2x-1) \cdot \sin(2x-1)$

92. Pàgina 167

a) $y' = \frac{2x+e^x}{x^2+e^x}$

b) $y' = \frac{4x}{x^2+1}$

c) $y' = 2 - \frac{1}{x}$

d) $y' = \frac{2x^2+9x-3}{3x\left(x^2+2x-3\right)}$

e) $y' = -\frac{x\sin x + \cos x + 1}{x + x\cos x}$

93. Pàgina 167

a) $y' = \frac{4x^2-2}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $y' = -\frac{\sqrt[3]{\text{cotg}x} \cdot \text{cosec}\, x \cdot \sec x}{3}$

c) $y' = -\frac{1}{2}\text{cosec}\, x \cdot \left(\text{cotg}^2 x + \text{cosec}^2 x\right)$

d) $y' = -2\sin(2-x)\cos(2-x) = -\sin(4-2x)$

94. Pàgina 167

a) $y' = \frac{-x\sin x + \sin x + x\cos x}{e^x}$

b) $y' = \frac{2^x \ln 2}{2^x - 1}$

c) $y' = -\frac{x\sin x + 2\cos x}{x^3}$

d) $y' = \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

MATEMÀTIQUES A LA TEVA VIDA

1. Pàgina 168

Resposta oberta. Per exemple:

Banyar-se a la piscina a l'estiu per refrescar-se, engegar la calefacció o l'aire condicionat, fer servir qualsevol electrodomèstic o article electrònic que allibera energia calòrica, utilitzar una paella o una olla, posar glaçons a la beguda, etc.

2. Pàgina 168

El punt d'equilibri tèrmic és la temperatura a la qual arriben el cos i el medi alhora i que fa que no hi hagi més variació de temperatura (en el sentit que pugi l'una i baixi l'altra).

3. Pàgina 168

El que passarà és que una tendirà a baixar i l'altra a pujar fins que arribin a la mateixa temperatura i s'equilibrin.

4. Pàgina 168

• Primera llei del moviment: «Tot cos resta en estat de repòs o de moviment rectilini i uniforme, tret que hi actuïn forces que l'obliguin a canviar d'estat.»

• Segona llei del moviment: «La força neta sobre un objecte és igual a la taxa de variació temporal del producte de la seva massa per la velocitat.»

• Tercera llei del moviment: «A cada acció correspon una reacció igual i de sentit contrari.»

• Llei de la gravitació universal: «La força d'atracció entre dos objectes és directament proporcional al producte de les seves masses i inversament proporcional al quadrat de la distància que els separa.»

• Teoria de les marees: Newton va fer diversos estudis del comportament de les marees i en va calcular l'altura segons el dia del mes, l'estació de l'any i la latitud. L'explicació que en va fer és la que s'accepta actualment.

• Teoria del color: Newton va descobrir que la llum que prové del Sol (la llum blanca) es pot descompondre en colors.